

Analisi Matematica 1 – Foglio 8 – Lunedì 12 dicembre

Esercizio 1.

Calcolare il polinomio di Taylor

1. di grado 3 di $f(x) = e^x \cos x$ in 0,
2. di grado 4 di $f(x) = (\ln(1+x))^2$ in 0,
3. di grado 4 di $f(x) = \frac{1}{\cos x}$ in 0,
4. di grado 4 di $f(x) = \ln(\cos^2(x))$ in 0.

Esercizio 2.

Calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 in 1 della funzione f nei casi seguenti :

1. $f(x) = \sqrt{x}$,
2. $f(x) = e^{\sqrt{x}}$,

Esercizio 3.

Determinare i seguenti limiti :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$,
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \sin x}{x}$,
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt{1-x^2}}{x^4}$,
4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1-x^x} + \frac{1}{x \ln x}$.

Esercizio 4.

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x) = \sqrt{1+x+x^2} \quad \text{per ogni } x \in \mathbb{R}.$$

1. Calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 di f in 0.
2. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di f in $(0, f(0))$.
Qual'è la posizione del grafico rispetto alla retta tangente?
3. Determinare l'equazione della retta asintotica al grafico di f in $+\infty$.
Qual'è la posizione del grafico rispetto alla retta asintotica?

Esercizio 5.

Calcolare gli seguenti integrali :

1. $\int_1^2 \frac{dt}{t^2}$
2. $\int_0^1 \frac{dt}{1+t^2}$,
3. $\int_0^{1/2} \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$,
4. $\int_0^{2\pi} \cos^2(t) dt$
5. $\int_1^2 \ln t dt$
6. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dt$.