

Analisi Matematica 1 – Foglio 1 – Lunedì 3 ottobre

Esercizio 1. Trovare il dominio naturale della funzione f data da

$$f(x) = \log\left(\sqrt{x^2 - 6x + 5}\right).$$

Esercizio 2. Dire quali tra le seguenti funzioni sono iniettive :

1. $f(x) = x - \frac{1}{x}$ ($x \in \mathbb{R}^*$),
2. $g(x) = x^3 - 2$ ($x \in \mathbb{R}$).

Esercizio 3. Sia $f :] - \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x) = \frac{(\tan x)^3 (\cos x)^2}{\sin x}.$$

1. Mostrare che $f(x) = \tan(x) \sin(x)$ per ogni $x \in] - \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.
2. Mostrare che f è pari, cioè $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in] - \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.
3. Determinare se f è iniettiva.

Esercizio 4. Ammettiamo che le seguenti funzioni siano iniettive. Determinare le loro funzioni inverse.

1. f data da $f(x) = \frac{x+1}{2x+1}$.
2. g data da $g(x) = 2x^3 + 3$.

Esercizio 5. Scrivere la composizione $f \circ g$ e la composizione $g \circ f$ con i rispettivi domini.

1. $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = 2x + 1$.
2. $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x - 2$.
3. $f(x) = \log(x - 4)$, $g(x) = x^2 + 1$.